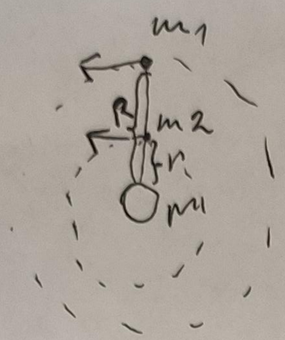
№2



S - ?

По 2з. Ньютона для спутника:

$$G\frac{m_1 M}{R^2} = m_1\omega_1^2 R \Rightarrow \frac{GM}{R^2} = \frac{4\pi^2}{T_1^2}R$$

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$$

Т.к. спутник геостационарный $\Rightarrow$ T_1 = 1 сутки

$$\frac{Gm_2 M}{r^2} = m_2\omega_2^2 r$$

Т.к. 2 спутник пролетает мимо 1 раз в сутки $\Rightarrow$ его угловая скорость в 2 раза больше ($\omega_2 = 2\omega_1 = \frac{4\pi}{T_1}$)

(строго доказать это можно, если перейти в СО 1 спутника и рассмотреть в ней кинематику движения 2 спутника)

$$\begin{cases} \frac{GM}{r^2} = \frac{16\pi^2}{T_1^2}r \\ \frac{GM}{R^2} = \frac{4\pi^2}{T_1^2}R \end{cases}$$

$$\begin{cases} GM = \frac{16\pi^2}{T_1^2}r^3 \\ GM = \frac{4\pi^2}{T_1^2}R^3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\frac{4\pi^2}{T_1^2}R^3 = \frac{16\pi^2}{T_1^2}r^3 \Rightarrow$$

$$\frac{r^3}{R^3} = \frac{R^2}{16R^2}\cdot\frac{4\pi^2 T_1^2}{T_1^2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{r^3}{R^3} = \frac{1}{4} \Rightarrow r^3 = \frac{R^3}{4}$$

$$\boxed{r = \frac{1}{\sqrt[3]{4}}R}$$

минимальное расстояние S достигается тогда, когда спутники находятся друг под другом $S = R - r$

$$S = R - \frac{1}{\sqrt[3]{4}}R = \frac{\sqrt[3]{4}-1}{\sqrt[3]{4}}R$$

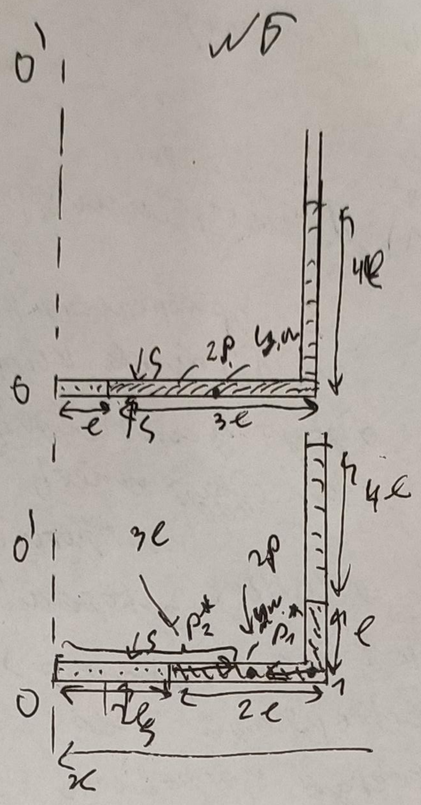
$$\boxed{S = \frac{R}{4}}$$

Ответ: $S = \frac{R}{4}$

SHOT ON MI 9T
AI TRIPLE CAMERA

ρ
2ρ
3ℓ
ρ
4ℓ

T = const



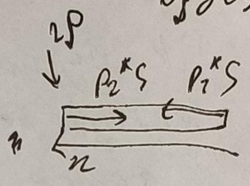
1) Рассмотрим ~~последнее~~ положение, когда жидкость сдвинулась на ℓ.

По т. движения ц. м. для жидкости в горизонтальном колене:

$x: p_1^* S - p_2^* S = 2\rho \cdot 2\ell \cdot S \cdot \omega^2 \cdot 3\ell$

$p_1^* = \rho g \cdot 4\ell + 2\rho g \cdot \ell = 6\rho g \ell$

$6\rho g \ell S - p_2^* S = 12\rho \ell S^2 \omega^2$



2) Рассмотрим воздух в трубке.

T.к. T = const ⇒ над ним совершают изотермический процесс

$\Downarrow$

$pV = const$ (закон Бойля-Мариотта)

$p_1 V_1 = p_2 V_2$

$p_1 = 4\rho g \ell$

$V_1 = \ell S$

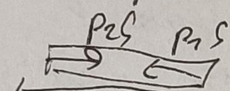
$V_2 = 2\ell S$

$4\rho g \ell \cdot \ell S = p_2 \cdot 2\ell S$

$2p_2 = 4\rho g \ell \Rightarrow$

$p_2 = 2\rho g \ell$

3) Рассмотрим нач. положение:



По т. о движении ц. м. для жидкости в горизонтальном колене:

$x: p_2 S - p_1 S = 0 \Rightarrow$

$p_1 = p_2$

$p_2 = \rho g \cdot 4\ell \Rightarrow p_1 = 4\rho g \ell$

$6\rho g \ell S - 2\rho g \ell S = 12\rho \ell S^2 \omega^2$

$4\rho g \ell = 12\rho \ell \omega^2$

$g \ell = 3 \ell^2 \omega^2 \Rightarrow$

$\omega^2 = \frac{g}{3\ell}$

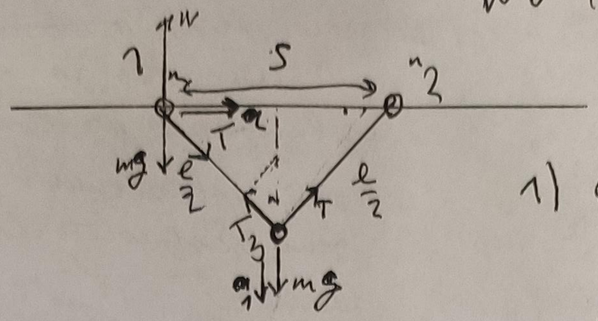
$\omega = \sqrt{\frac{g}{3\ell}}$

Ответ: $\omega = \sqrt{\frac{g}{3\ell}}$

SHOT ON MI 9T
AI TRIPLE CAMERA

№6 (1 часть)

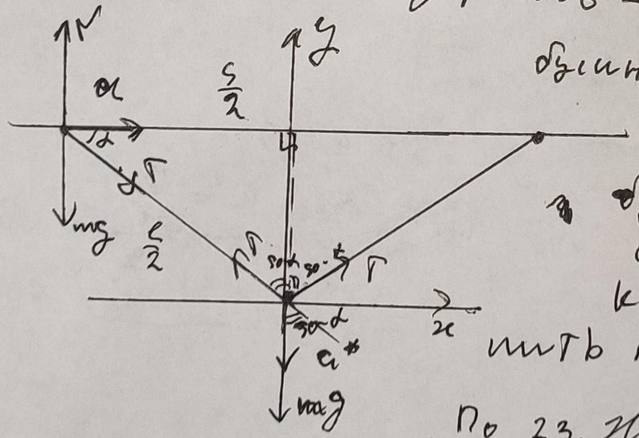
$l = 1{,}6$ м
$S = 1{,}2$ м
$m = 0{,}1$ кг
$v_1 - ?$
$v_2 - ?$
$v_3 - ?$
$T - ?$



1) В силу симметрии (массы бусинок одинаковы, бусинка прикреплена к середине нити) на бусинки, которые на стержне, будут действовать одинаковые силы $\Rightarrow$ они будут иметь одинаковые по модулю но противоположно направленные ускорения a.

Т.к. бусинка на стержне $\Rightarrow$ она движется всегда вдоль прямой $\Rightarrow$ её ускорение a тоже всегда направлено вдоль прямой (стержня)

2) Рассмотрим бусинку, которая прикреплена к середине нити длиной L. Т.к. на неё действуют одинаковые по модулю силы натяжения T, $\Rightarrow$ их равнодействующая вектора и симметричные относительно вертикали сила направлена вертикально. Сила натяжения также вертикальна $\Rightarrow$ Равнодействующая сил, действующих на вышнюю бусинку также вертикальна, но тогда вертикально и её ускорение. Т.к. ~~бусинку отпустили~~ В начальный момент сразу после того, как систему отпустили, нижняя бусинка падает вниз. Т.к. система движется без рывков $\Rightarrow$ то их пор падает, по некоторым ускорением a^* ($a^* \neq g$)



бусинка

$\Rightarrow$ бусинки движутся поступательно $\Rightarrow$ они имеют только тангенциальные компоненты ускорений

нить прямая натянутая $\Rightarrow$

По 2з. Ньютона для бусинок:

x: $T\cos\alpha = ma$

y: $2T\cos(90-\alpha) - mg = -ma^*$

$a\cos\alpha = a^*\cos(90-\alpha)$

$a\cos\alpha = a^*\sin\alpha$

$\boxed{a = a^* \operatorname{tg}\alpha}$

$\boxed{V = V^* \operatorname{tg}\alpha}$

$\cos\alpha = \frac{\frac{S}{2}}{\frac{l}{2}} = \frac{S}{l}$

$\sin\alpha = \sqrt{1 - \frac{S^2}{l^2}} = \sqrt{\frac{l^2 - S^2}{l^2}} = \frac{\sqrt{l^2 - S^2}}{l}$

$$\begin{cases} T\frac{S}{l} = ma^* \sqrt{\frac{l^2 - S^2}{S}} \\ 2T\sqrt{\frac{l^2 - S^2}{l}} - mg = -ma^* \end{cases}$$

$a^* = \frac{T}{m} \cdot \frac{S^2}{l\sqrt{l^2 - S^2}}$

SHOT ON MI 9T
AI TRIPLE CAMERA

№ 6 (2 мин)

$a^* = \frac{\Gamma}{m} \cdot \frac{S^2}{e\sqrt{e^2 S^2}}$

$2T \frac{\sqrt{e^3 S^2}}{e} - mg = -\frac{\Gamma S^2}{e\sqrt{e^2 S^2}}$

$T\left(\frac{2\sqrt{e^3 S^2}}{e} + \frac{S^2}{e\sqrt{e^2 S^2}}\right) = mg$

$T \frac{2e^2 eS^2 + S^2}{e\sqrt{e^2 S^2}} = mg$

$T \frac{2e^2 - S^2}{e\sqrt{e^2 S^2}} = mg \Rightarrow T = \frac{e\sqrt{e^2 S^2}}{2e^2 S^2} mg$

$T = \frac{1{,}6 m^2 \sqrt{1{,}6^2 - 1{,}2^2 m^2}}{2 \cdot 1{,}6 m^2 - 1{,}2^2 m^2} \cdot 0{,}1 кг \cdot 10 \frac{м}{с^2} = \frac{15}{34} Н \approx 0{,}44 Н$

Ответ: $T = 0{,}44 Н$;

№ 3 (7 мин)

$E_п = 0$

$\frac{mv^2}{2} + \frac{mv^2}{2} + \frac{mv^{*2}}{2} - mgh = 0$

$mv^2 + \frac{mv^{*2}}{2} = mgh \mid \cdot 2$

$v = v^* \cos\alpha = v^* \sqrt{\frac{e^2 - S^2}{e}}$

$h = \frac{\ell}{2} \cdot \sin\alpha = \frac{\ell}{2} \cdot \frac{\sqrt{e^2 - S^2}}{e} = \frac{\sqrt{e^2 - S^2}}{2}$

$2v^2 + v^{*2} = 2gh$

$2v^{*2} \frac{e^2 - S^2}{S^2} + v^{*2} = g\sqrt{e^2 - S^2}$

$2v^{*2} \frac{e^2 - S^2}{S^2} + v^{*2} = \sqrt{e^2 - S^2} g$

$v^{*2}\left(\frac{2e^2 - 2S^2 + S^2}{S^2}\right) = \sqrt{e^2 - S^2} g$

$v^{*2} \frac{2e^2 - S^2}{S^2} = \sqrt{e^2 - S^2} g$

$v^{*2} = \frac{S^2}{2e^2 - S^2} \sqrt{e^2 - S^2} g$

$v = v^* \cos\alpha$

$v = \sqrt{\frac{S^2}{2e^2 - S^2}\sqrt{e^2 - S^2} g} \cdot \frac{\sqrt{e^2 - S^2}}{S}$

$v^* = \sqrt{\frac{S^2}{2e^2 - S^2}\sqrt{e^2 - S^2} g} = \sqrt{\frac{1{,}2^2 m^2}{2 \cdot 1{,}6^2 m^2 - 1{,}2^2 m^2}\sqrt{1{,}6^2 m^2 - 1{,}2^2 m^2} \cdot 10 \frac{м}{с^2}}$

$= \frac{6\sqrt{34}}{17} \frac{м}{с} \approx 3{,}06 \frac{м}{с}$

$v = \frac{3\sqrt{34}}{34} \frac{м}{с} \approx 1{,}64 \frac{м}{с}$

Ответ: $v_1 = v_2 = v = \frac{3\sqrt{34}}{34} \frac{м}{с} \approx 1{,}64 \frac{м}{с}$; $v_3 = v^* = \frac{6\sqrt{34}}{17} \frac{м}{с} \approx 3{,}06 \frac{м}{с}$

где v_1 и v_2 – скорости бусинок на спицах,

v_3 – связанной бусинки

SHOT ON MI 9T
AI TRIPLE CAMERA

Ar; $i=3$

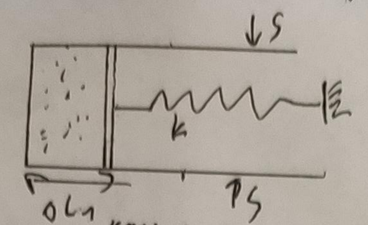
$\Delta L_1 = 5$ см

$\Delta L_2 = 6$ см

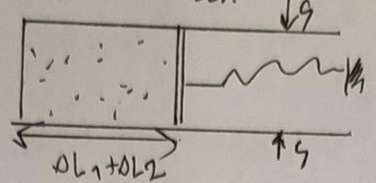
$A = 7{,}6$ кДж

$Q - ?$

нач. сост. ↓S



нач. сост. ↓S

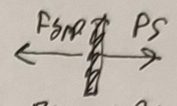


1) Рассмотрим Ar в нач. сост.

Уравнение Менделеева - Клапейрона:

$(P_1 \Delta L_1 S = \nu R T_1)$

рассмотрим поршень. Он в равновесии (т.к. газ нагревают медленно ⇒ процесс квазистатический ⇒ ускорение поршня 0)

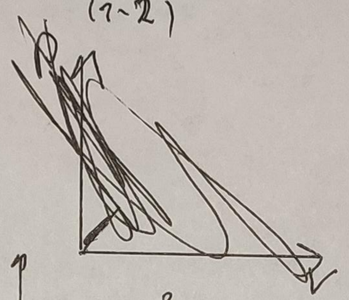


$F_{упр.} = P_0 S$

$F_{упр.} = k \Delta x$ ⇒ $P_0 S = k \Delta x$

$P_1 S = k \Delta L_1$

2) Изобразим процесс нагрева в координатах p-V:



$P_1 S = k \Delta L_1$

$P_2 S = k(\Delta L_1 + \Delta L_2)$

$\left(P_1 = \frac{k}{S} \Delta L_1\right)$

$\left(P_2 = \frac{k}{S}(\Delta L_1 + \Delta L_2)\right)$

в любой момент времени

$P = \frac{k}{S} \Delta x$, $\Delta x \cdot S = V$

$P = \frac{k}{S} \cdot \frac{V}{S} = \frac{k}{S^2} V$

$\Delta x = \frac{V}{S}$

$P \sim V$

давление прямо пропорционально объёму ⇒ в координатах p-V график процесса прямая, проходящая через начало координат

По I началу термодинамики:

$\Delta Q = \Delta U + A$

$A = \frac{1}{2}(P_2(\Delta L_1 + \Delta L_2)S - P_1 \Delta L_1 S)$

$\Delta U = C_V \nu \Delta T = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1)$

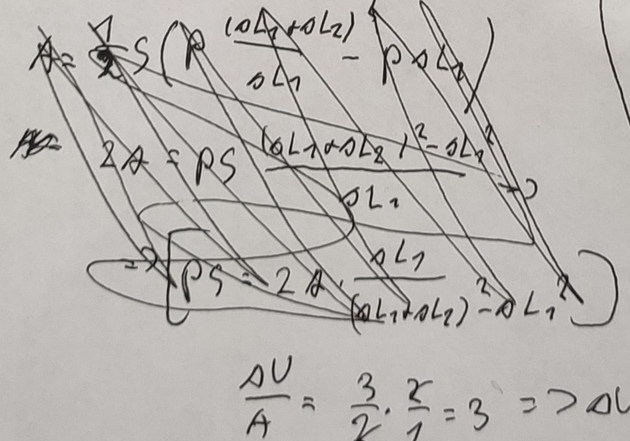
$C_V = \frac{i}{2} R$; $i = 3$

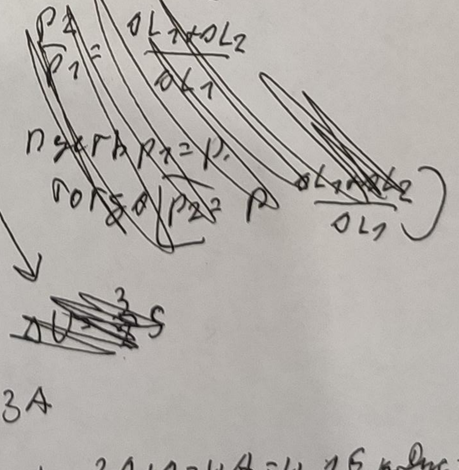
$\Delta U = \frac{3}{2} S (P_2(\Delta L_1 + \Delta L_2) - P_1 \Delta L_1)$

Уравнение Менделеева - Клапейрона для конец. сост.:

$P_2(\Delta L_1 + \Delta L_2)S = \nu R T_2$

Тогда





$\frac{\Delta U}{A} = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{1} = 3 \Rightarrow \Delta U = 3A$

$Q = \Delta U + A = 3A + A = 4A = 4 \cdot 1{,}6$ кДж $=$

$= 6$ кДж

Ответ: $Q = 6$ кДж

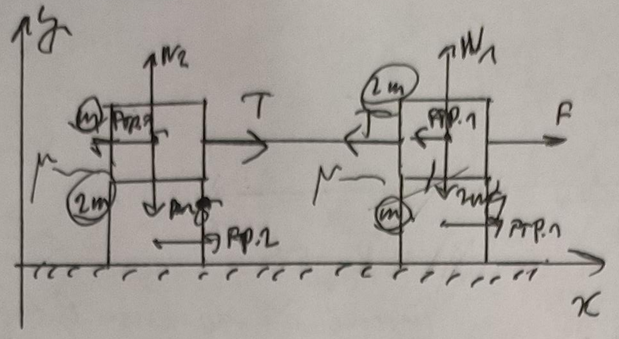
$T_0 = 20$ Н

$\mu = 0{,}5$

$m = 1$ кг

$\vec{F} - ?$

№3



1) Сразу после того, как на верхний правый кубик начала действовать сила $\vec{F}$, система из 4 кубиков будет двигаться как ед. целое

Рассмотрим её движение:

По 2 з. Ньютона:

$x: F = 4ma \Rightarrow a = \frac{F}{4m}$

верхний левый кубик:

$x: T - F_{тр.2} = ma$

нижний левый:

$\left[F_{тр.2} = 2\mu mg = 2\mu \cdot \frac{F}{4\mu m} = \frac{F}{2}\right]$

$T = ma + F_{тр.2}$

$\left[T = m \cdot \frac{F}{4m} + \frac{F}{2} = \frac{F}{4} + \frac{F}{2} = \frac{F+2F}{4} = \frac{3F}{4}\right]$

Конструкция нитей разрушится тогда, когда либо верхние кубики начнут проскальзывать по нижним, либо нить порвётся

Рассмотрим момент начала проскальзывания:

$F_{тр.2} = \mu N_2 = \mu mg$

$N_2 = mg$

$T - F_{тр.2} = ma$

$\frac{3F}{4} - \frac{F}{4} = \mu mg$

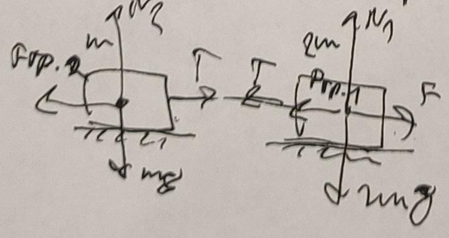
$\frac{3F}{4} - \mu mg = \mu \cdot \frac{F}{4\mu m}$

$\frac{F}{2} = \mu mg \Rightarrow \left[F = 2\mu mg = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1\text{кг} \cdot 10\frac{\text{Н}}{\text{кг}} = 10\text{Н}\right]$

Получается, что проскальзывание нитей при $F = 10$ Н

$t = 8$ С

Теперь необходимо рассмотреть отдельно верхние кубики:



По 2 з. Ньютона для системы:

$F - (F_{тр.1} + F_{тр.2}) = 3ma^*$

$F_{тр.1} = \mu N_1 = 2\mu mg$

$F_{тр.2} = \mu N_2 = \mu mg$

$F - 3\mu mg = 3ma^*$

$\left[a^* = \frac{F}{3m} - \mu g\right)$

ускорение системы, когда верхние кубики проскальзывают по нижним

$T - F_{тр.2} = ma^*$

$T - \mu mg = ma^*$

$T = m(a^* + \mu g) = m \cdot \frac{F}{3m} = \frac{F}{3}$

$3T_0 = 3F \Rightarrow F = 3 \cdot 10\text{Н} = 30\text{Н}$, но, прежде чем нить порвётся, кубики не скорее соскользнут друг с друга

и нить не успеет порваться

Ответ: $T = 8$ С

SHOT ON MI 9T
AI TRIPLE CAMERA

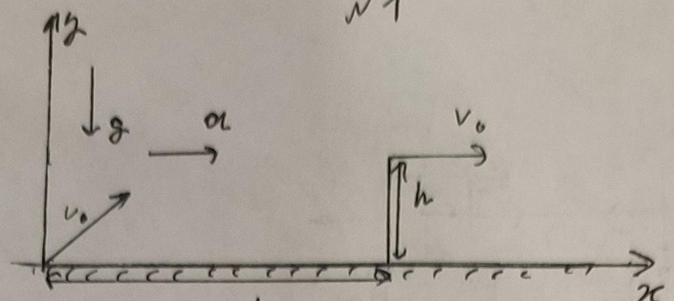
№1

$h = 6m$

$L = 10m$

$v_0 - ?$

$a - ?$



$y(t) = v_{oy}t - \frac{gt^2}{2}$ $\quad v_y(t) = v_{oy} - gt$

$x(t) = v_{ox}t + \frac{at^2}{2}$

Пусть $\hat{t}$ – момент времени, когда мяч перелетает через забор

$-2gh = 0 - v_{oy}^2 \Rightarrow \boxed{v_{oy} = \sqrt{2gh}}$ (1)

$v_y(\hat{t}) = 0$

$0 = v_{oy} - g\hat{t}$

$g\hat{t} = \sqrt{2gh} \Rightarrow$

$\hat{t} = \frac{\sqrt{2gh}}{g} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

$2aL = v_0^2 - v_{ox}^2 \Rightarrow$

$v_{ox}^2 = v_0^2 - 2aL$ (4)

$(v_0^2 = v_{ox}^2 + v_{oy}^2)$ (3)

$x(\hat{t}) = L$

$L = v_{ox}\hat{t} + \frac{a\hat{t}^2}{2}$

$2L = 2v_{ox}\hat{t} + a\hat{t}^2$

$2v_{ox}\hat{t} = 2L - a\hat{t}^2$

$\boxed{v_{ox} = \frac{L}{\hat{t}} - \frac{a\hat{t}}{2}} = \sqrt{\frac{g}{2h}}L - \frac{a}{2}\sqrt{\frac{2h}{g}}$ (2)

(1); (2); (3); (4)

$v_{ox}^2 = v_{ox}^2 + v_{oy}^2 - 2aL$

$0 = (\sqrt{2gh})^2 - 2aL \Rightarrow$

$2aL = 2gh \Rightarrow a = g\frac{h}{L} = 10\frac{м}{с^2} \cdot \frac{6м}{10м} = 6\frac{м}{с^2}$

$a = \frac{2gh}{4L^2} = \frac{g}{2} \cdot \frac{h}{L^2}$

$a = \frac{10\frac{м}{с^2} \cdot 6м}{2 \cdot 100м^2}$

$v_0^2 = 2aL + v_{on}^2$

$v_0 = \sqrt{2 \cdot g\frac{h}{L} \cdot L + \left(\frac{L}{\hat{t}} - \frac{a\hat{t}}{2}\right)^2}$

$v_0 = \sqrt{2gh + \left(\sqrt{\frac{g}{2h}}L - \frac{gh}{2L}\sqrt{\frac{2h}{g}}\right)^2}$

$v_0 = \sqrt{2 \cdot 10\frac{м}{с^2} \cdot 6м + \left(\sqrt{\frac{10\frac{м}{с^2}}{2 \cdot 6м}} \cdot 10м - \frac{10\frac{м}{с^2} \cdot 6м}{2 \cdot 10м}\sqrt{\frac{2 \cdot 6м}{10\frac{м}{с^2}}}\right)^2} = 12{,}6\frac{м}{с}$

Ответ: $v_0 = 12{,}6\frac{м}{с}$; $a = 6\frac{м}{с^2}$

SHOT ON MI 9T
AI TRIPLE CAMERA

Симуляционная задача

$V = 1\,л = 10^{-3}\,м^3$

$p_{O_2\,1} = 0{,}6\,бар = 0{,}6 \cdot 10^5\,Па$

$T_0 = 293\,К$

$m_{O_2\,2} = \frac{m_{O_2\,1}}{2}$

Уравнение химической реакции:

$4Al + 3O_2 = 2Al_2O_3$

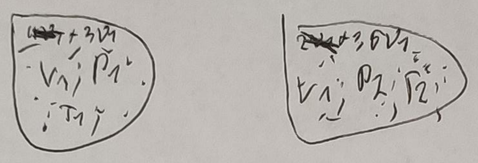
Газов в начале было $4\nu_1$ Al, $3\nu_1$ O_2

Тогда в конце стало $4\nu_2$ Al, $3\nu_2$ O_2, причем согласно условию $\nu_2 = \frac{\nu_1}{2}$

Тогда в конце $4 \cdot \frac{\nu_1}{2}$ Al и $3 \cdot \frac{\nu_1}{2}$ O_2

~~Т.к. количество~~

нач. сост. конеч. сост.



Уравнение Менделеева-Клапейрона для O_2 (наиболее точно описывает модель идеального газа)

$p_1 V_1 = 3\nu_1 R T_1$

$p_2 V_2 = 3\nu_1 R T_2$

$\frac{p_1 V_1}{p_2 V_2} = \frac{T_1}{T_2}$

$\Rightarrow \nu_1 = \frac{p_1 V_1}{3 R T_1}$

$\frac{m_{O_2}}{\mu_{O_2}} = \nu_1 \cdot 3 \Rightarrow (m_{O_2\,1} = 3\nu_1 \cdot \mu_{O_2})$ - в начале

$\frac{m_{Al}}{\mu_{Al}} = \nu_1 \cdot 4 \Rightarrow (m_{Al\,1} = 4\nu_1 \cdot \mu_{Al})$

$(m_{O_2\,2} = 1{,}5\nu_1 \cdot \mu_{O_2})$ - в конце

$(m_{Al\,2} = 2\nu_1 \cdot \mu_{Al})$

Т.к. вещество из камеры никуда не исчезает $\Rightarrow$

$m_{O_2\,1} + m_{Al\,1} = m_{O_2\,2} + m_{Al\,2} + m_0$

$3\nu_1 \mu_{O_2} + 4\nu_1 \mu_{Al} = 1{,}5\nu_1 \mu_{O_2} + 2\nu_1 \mu_{Al} + m_0$ где m_0 - масса оксида

$m_0 = 1{,}5\nu_1 \mu_{O_2} + 2\nu_1 \mu_{Al}$

$m_0 = 1{,}5 \cdot \frac{p_1 V_1}{3 R T_1} \cdot \mu_{O_2} + 2 \cdot \frac{p_1 V_1}{3 R T_1} \cdot \mu_{Al}$

$m_0 = \frac{p_1 V_1}{3 R T_1}(1{,}5\mu_{O_2} + 2\mu_{Al})$

$\mu_{O_2} = 16 \cdot 2 = 32 \cdot 10^{-3}\,\frac{кг}{моль}$

$\mu_{Al} = 27 \cdot 10^{-3}\,\frac{кг}{моль}$

где μ_{O_2} и μ_{Al} - молярные массы O_2 и Al соответственно

$m_0 = \frac{0{,}6 \cdot 10^5\,Па \cdot 1 \cdot 10^{-3}\,м^3}{3 \cdot 8{,}31\,\frac{Дж}{моль \cdot К} \cdot 293\,К}\left(\frac{3}{2} \cdot 32 \cdot 10^{-3}\,\frac{кг}{моль} + 2 \cdot 27 \cdot 10^{-3}\,\frac{кг}{моль}\right) = \frac{170}{243483}\,кг \approx 6{,}98 \cdot 10^{-4}\,кг$

Ответ: $m_0 = \frac{170}{243483}\,кг \approx 6{,}98 \cdot 10^{-4}\,кг$

SHOT ON MI 9T
AI TRIPLE CAMERA